

Interrogation rapide n° 6

1 heure

I Questions de cours

1. Donner la propriété concernant l'inverse d'une matrice.
2. Donner la définition donnant le vocabulaire correspondant aux sommets et arêtes d'un graphe.
3. Donner le théorème permettant de calculer l'inverse d'une matrice d'ordre 2.
4. Compléter la propriété suivante :

Soit un repère orthonormé $(O; \vec{u}; \vec{v})$.

- La matrice de transformation de la symétrie axiale par rapport à l'axe des abscisses est

$$T =$$

- La matrice de transformation de la symétrie axiale par rapport à l'axe des ordonnées est

$$T =$$

- La matrice de transformation de la symétrie centrale par rapport à l'origine du repère est

$$T =$$

- La matrice de transformation de la rotation de centre l'origine du repère et d'angle θ est

$$T =$$

- La matrice de transformation de l'homothétie de centre l'origine du repère et de rapport k est

$$T =$$

II Exercice

Exercice 1

Résoudre le système suivant (en utilisant les matrices) :
$$\begin{cases} x + y = 3 \\ -2x + 3y = 1 \end{cases}$$

Exercice 2

On considère une matrice carrée $A = (a_{ij}) \in \mathcal{M}_4(\mathbb{R})$ telle que :

$$a_{ij} = 0 \text{ si } i \geq j \text{ et } a_{ij} = i + j \text{ si } i < j$$

1. Écrire la matrice A avec tous ces coefficients. Quelle particularité a cette matrice ?
2. Calculer A^2 , A^3 et A^4 .
3. En déduire A^n pour tout entier naturel non nul n (à justifier).

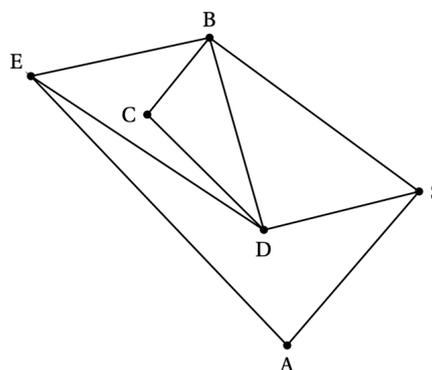
Exercice 3

Naïma fait partie d'une école de musique.

En vue du spectacle de fin d'année, elle souhaite déposer à vélo des affiches publicitaires sur les panneaux de sa ville.

Les pistes cyclables reliant ces panneaux sont représentées sur le graphe \mathcal{G} ci-contre.

Le sommet E désigne son école de musique, le sommet S la salle de spectacle et les sommets A, B, C, et D les panneaux d'affichage.



1. Ce graphe \mathcal{G} est-il complet ? Est-il connexe ? Justifier vos réponses.
2. Naïma pourra-t-elle déposer ses affiches sur tous les panneaux en allant de son école de musique à la salle de spectacle et en empruntant une et une seule fois chaque piste cyclable ? Justifier la réponse. Si un tel trajet existe, en citer un.
3. Donner la matrice d'adjacence M liée à ce graphe dans laquelle les sommets seront classés dans l'ordre suivant : E, A, B, C, D, S.
4. Combien existe-t-il de chemins permettant de se rendre de l'école de musique à la salle de spectacle en empruntant exactement deux pistes cyclables ? Justifier votre réponse.

BONUS :

5. Lorsqu'elle a déposé ses affiches, Naïma a relevé le temps de trajet entre chaque panneau d'affichage. Le graphe ci-dessous indique ces durées, exprimées en minutes.

Indiquer, à l'aide d'un algorithme, le chemin permettant à Naïma de se rendre le plus rapidement possible de son école de musique à la salle de spectacle le soir de la représentation.

Donner la durée de ce parcours.

